

Екзаменул уник де стат ла МАТЕМАТИКЭ

Варианта демонстративэ материалелор де апречиере а куноштинцелор пентру реализаря ын анул 2025 экзаменулуй уник де стат ла МАТЕМАТИКЭ

Експликаций ла варианта демонстративэ а материалелор де апречиере пентру ЕУС ла математикэ а анулуй 2025

Варианта демонстративэ есте дестинатэ пентру а да о ынкипуире деспре структура виитоарелор materiale де апречиере, деспре нумэрул де ынсэрчинэрь, деспре форма лор ши нивелул де комплекситате.

Ынсэрчинэриле вариантэй демонстративе ну рефлектэ тоате ынтребэриле концинутулуй, каре пот фи инклусе ын материалеле де апречиере ын анул 2025. Структура лукрэрий есте датэ ын спецификации, яр листа ынтребэрилор – ын кодификаторий элементелор концинутулуй ши черинцелор кэтре нивелул прегэтирей а абсолвенцилор организациилор де ынвэцэмынт пентру а реализа экзаменул уник де стат ын анул 2025 ла математикэ.

Лукраря де экзаминаре есте форматэ дин доуэ пэрць, каре диферэ дупэ концинут, комплекситате ши нумэрул де ынсэрчинэрь. Критериул стабилит фиекэрей пэрць а лукрэрий есте форма ынсэрчинэрилор:

- партя 1 концине 12 ынсэрчинэрь (ынсэрчинэриле 1–12) ку рэспунс скурт;
- партя 2 концине 4 ынсэрчинэрь (ынсэрчинэриле 13–16) ку рэспунс скурт ши чинч ынсэрчинэрь (ынсэрчинэриле 17–21) ку рэспунс десфэшура.

Дупэ нивелул де комплекситате ынсэрчинэриле се репартизиязэ ын фелул урмэтор: ынсэрчинэриле 1–12 ау нивел де базэ, ынсэрчинэриле 13–20 – нивел ридикат, ынсэрчинаря 21 се реферэ ла нивелул ыналт де комплекситате.

Ынсэрчинаря ку рэспунс скурт (1-16) се сокоате ындеплинитэ, дакэ ын формуларул ку рэспунсурь №1 есте фиксат рэспунсул корект ын формэ де нумэр ынтрег сау фракције зечималэ финитэ.

Резолваря коректэ а фиекэрей дин ынсэрчинэриле 1-16 есте естиматэ ку ун пункт.

Резолваря коректэ фиекэрей дин ынсэрчинэриле 17 - 18 есте естиматэ ку - 2 пункте; 19 ши 20 — 3 пункте ши 21 — 4 пункте. Пунктажул максимал примар пентру ындеплиниря лукрэрий — 30 пункте.

Критерииле презентате де евалуаре пермит сэ ынцележець черинцеле привинд деплинэтата ши коректитудиня резолвэрилор. Пентру фиекаре ынсэрчинаре ку рэспунс десфэшура, инклусэ ын варианта демонстративэ, се пропуне о резолваре дин челе посибиле.

Варианта демонстративэ а материалелор де апречиере, системул де евалуаре, спецификация ши кодификаторий вор ажута сэ елабораць стратегия де прегэтире кэтре ЕУС ла математикэ.

Инструкциунь ла ындеплиниря лукрэрий

Лукраря де экзаминаре есте алкэтуитэ дин доуэ пэрць, инклузынд ын сине 21 де ынсэрчинэрь.

Партя 1 концине 12 ынсэрчинэрь ла нивел де базэ де комплекситате ку рэспунс скурт.

Партя 2 концине 4 ынсэрчинэрь ла нивел ридикат де комплекситате ку рэспунс скурт ши 5 ынсэрчинэрь ла нивел ридикат ши ыналт де комплекситате ку рэспунс десфэшурат.

Пентру ындеплиниря лукрэрий де экзаминаре ла математикэ се атрибуе 3 оре 55 минуте (235 минуте).

Рэспунсуриле ла ынсэрчинэриле 1–16 се скриу ын формэ де нумэр ынтрег сау фракције зечималэ финитэ.

Нумереле скриець ын кымпуриле рэспунсурилор ын текстул лукрэрий, яр апой ле трансфераць ын формуларул ку рэспунсурь № 1.

Рэспунс: -0,8.

10	-	0	,	8															
----	---	---	---	---	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Ындеплининд ынсэрчинэриле 17–21 се чере де скрис резолваря комплетэ ши рэспунсул ын формуларул ку рэспунсурь № 2.

Тоате формулареле ЕУС се ындеплинесп ку чернялэ нягрэ апринсэ. Се пермите фолосиря пиксурилор капиларе, ку жел сау ку пениць.

Ла ындеплиниря ынсэрчинэрилор се поате фолоси макулаторул. Ынскриерице ын макулатор ну се яу ын консидерацие ла апречиеря лукрэрий.

Пунктеле, акумулате де кэтре Думнявоастрэ пентру ынсэрчинэриле ындеплините, се сумязэ. Стэруици-вэ сэ ындеплиниць кыт май мулте ынсэрчинэрь ши сэ акумулаць чел май маре пунктаж.

Вэ дорим сукчес!

Рэспунсул ла ынсэрчинэриле 1–16 есте нумэр ынтрег сау фракције зечималэ финитэ. Рэспунсул скриець ын ФОРМУЛАРУЛ КУ РЭСПУНСУРЬ № 1 ын партя дрянтэ де ла нумэрул ынсэрчинэрий ындеплините, ынчепынд ку примул пэтрэцел. Фиекаре цифрэ, семн минус ши виргулэ скриець ын пэтрэцел апарте ын кореспундере ку моделеле арэтате ын формулар. Унитэциле де мэсурэ ну есте нечесар де скрис.

Партя 1

1. Челе май симпле проблеме.

Инсталаря а доуэ контоаре де апэ (рече ши фербинте) костэ 3200 рубле. Пынэ ла инсталаря контоарелор пентру апэ плэтяу 1200 рубле лунар. Дупэ инсталаря контоарелор плата лунарэ пентру апэ алкэтуя 700 рубле. Песте кыте лунь економииле ла плата апей вор депэши келтуелиле де ла инсталаря контоарелор, дакэ тарифеле пентру апэ ну се вор скимба?

Резолваре.

Дупэ инсталаря контоарелор економииле лунаре вор фи $1200 - 700 = 500$ рубле. Прин урмаре, сума де 3200 рубле се ва плэти ын $3200 : 500 = 6,4$, адикэ ын 7 лунь.

Рэспунс: 7.

Сау

Алергэторул а алергат 50 м ын 5 секунде. Афлаць витеза медие а алергэторулуй пе дистанцэ. Рэспунсул ыл даць ын километри пе орэ.

Резолваре.

Деоарече 50 м репрезінтэ 0,05 км, яр 5 секунде – $\frac{5}{3600} = \frac{1}{720}$ оре, атунч витеза ын км/орэ: $0,05 : \frac{1}{720} = \frac{1}{20} \cdot \frac{720}{1} = 36$ км/орэ.

Рэспунс: 36

2. Проблеме ла проченте.

Оля а келтуит ын магазинул де кэрць 500 рубле. Пентру кумпэраля кэрций еа а келтуит 65% дин сумэ, яр пентру календар — 20% дин сумэ. Кыте рубле костэ рестул мэрфий кумпэрате?

Резолваре.

Пентру а прокура рестул мэрфий с-а келтуит $100\% - 65\% - 20\% = 15\%$ дин сумэ, че алкэтуеште $500 \cdot 0,15 = 75$ руб.

Рэспунс: 75 руб.

сау

Примул нумэр конституе 35% дин ал дойля нумэр, яр ал трейля — 80% дин ал дойля нумэр. Афлаць примул нумэр, дакэ се штие, кэ ел есте май мик декыт ал трейля ку 18.

Резолваре.

Диференца динтре ал трейля ши примул нумэр конституе $80\% - 35\% = 45\%$ дин ал дойля нумэр. Прин урмаре, ал дойля нумэр есте егал ку $18 : 0,45 = 40$. Атунч примул нумэр есте егал ку $40 \cdot 0,35 = 14$.

Рэспунс: 14.

3. Читирия графичелор ши диаграмелор.

Кынд авионул се афлэ ын збор оризонтал, форца де ридикаре, че акциянэ пе арип, депинде нумай де витезэ.

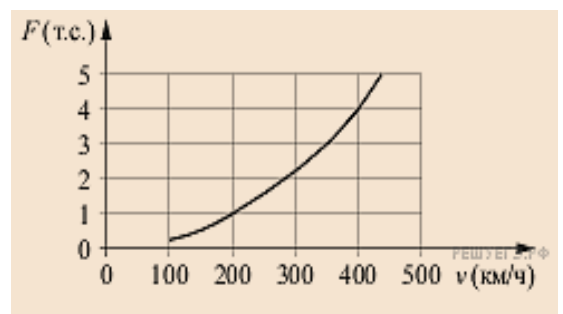
Пе десен есте арэгатэ ачастэ депенденцэ пентру ун карева авион. Пе акса абсчиселор есте нотатэ витеза (ын километри пе орэ), пе акса ордонателор – форца (ын тоне де форцэ). Ла ун момент дат форца де ридикаре с-а егалат ку о тонэ де форцэ. Детерминаць дупэ десен, ку кыць километри пе орэ требуе мэритэ витеза, пентру ка форца де ридикаре сэ се мэряскэ пынэ ла 4 тоне де форцэ?

Резолваре.

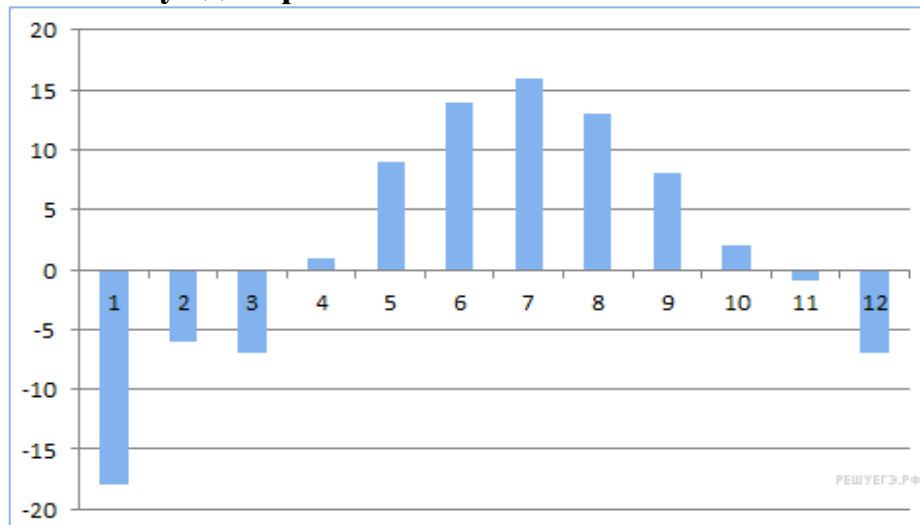
Дин график се веде, кэ пентру форца де ридикаре де о тонэ де форцэ витеза есте егалэ ку 200 км/орэ, яр пентру форца де ридикаре ын 4 тоне де форцэ витеза есте егалэ ку 400 км/орэ. Астфел, витеза требуе мэритэ ку $400 - 200 = 200$ км/орэ.

Рэспунс: 200.

сау



Пе диаграмэ есте арэтатэ температура медие а аерулуй (ын граде Челсиус) ын Санкт-Петербург пентру фиекаре лунэ а анулуй 1988. Пе оризонталэ се индикэ луниле, пе вертикалэ — температура ын граде Челсиус. Детерминаць дупэ диаграмэ, кыте лунь ау фост, кынд температура медие лунарэ а фост май сус де зеро.



Резолваре.

Дин диаграмэ се веде, кэ температура медие лунарэ а фост май сус де зеро пе паркурсул а 7 лунь дин луна априлие пынэ ын октомбрие.

Рэспунс: 7.

4. Лукрул ку формулеле.

Дакэ p_1 , p_2 ши p_3 — нумере приме, атунч сума тутурор дивизорилор а нумэрулуй $p_1 \cdot p_2 \cdot p_3$ есте егалэ ку $(p_1 + 1)(p_2 + 1)(p_3 + 1)$. Афлаць сума дивизорилор нумэрулуй 115.

Резолваре.

Дескомпунем нумэрул 115 ын факторь примь: $115 = 5 \cdot 23$. Прин урмаре, сума тутурор дивизорилор нумэрулуй 115 есте егалэ $(5 + 1)(23 + 1) = 6 \cdot 24 = 144$.

Рэспунс: 144.

сау

Лунжимя бисектоарей l_c , дусе ла латура триунгюлуй ку латуриле a , b ши c

се калккулязэ дупэ формула $l_c = \sqrt{ab \left(1 - \frac{c^2}{(a+b)^2}\right)}$. Триунгюл аре латуриле

де 6, 8 ши 7. Афлаць лунжимя бисектоарей, дусе ла латура ку лунжимя 7.

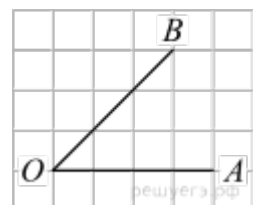
Резолваре.

Афлэм лунжимя бисектоарей, дусе ла латура ку лунжимя 7:

$$\begin{aligned}
 l_c &= \sqrt{6 \cdot 8 \left(1 - \frac{7^2}{(6+8)^2}\right)} = \sqrt{2 \cdot 2 \cdot 12 \left(1 - \left(\frac{7}{14}\right)^2\right)} = \\
 &= 2 \sqrt{12 \left(1 - \frac{1}{2}\right) \left(1 + \frac{1}{2}\right)} = 2 \sqrt{12 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{2}} = 2 \sqrt{\frac{4 \cdot 3 \cdot 3}{2 \cdot 2}} = 2 \cdot \frac{2 \cdot 3}{2} = 6.
 \end{aligned}$$

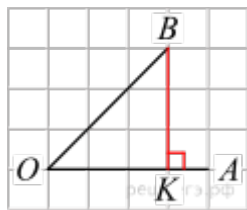
Рэспунс: 6.

5. Рецяуа патратэ, планул де координате.



Пе о фоае ын пэтрэцелле ку дименсиуня пэтрэцелулуй 1×1 есте дат ун унгь. Афлаць танжента унгюлуй дат.

Резолваре.



Коборым перпендикулара BK дин пунктул B кэтре семидряпта OA . Танжента унгюлуй аскуцит ын триунгюл дрептунгик есте егалэ ку рапортул катетей опусе кэтре чя алэтуратэ. Авынд ын ведере, кэ $BK = OK$, обцинем:

$$\operatorname{tg} \angle AOB = \operatorname{tg} \angle KOB = \frac{BK}{OK} = 1.$$

Рэспунс: 1.

О алтэ методэ де резолваре.

Коборым перпендикулара BK дин пунктул B кэтре семидряпта OA . Дин егалитатя катетелор а триунгюлуй дрептунгик конструит KOB фачем конклузия, кэ амбелу унгюрь аскуците сынт егале ку 45° . Прин урмаре, танжента кэутатэ есте егалэ ку 1.

О алтэ методэ де резолваре.

Семидряпта OB трече екзакт де-а лунгул диагоналелор патрателор рецелей. Прин урмаре формязэ ку семидряпта OA ун унгь де 45° . Танжента ачестуй унгь есте егалэ ку 1.

сау

Афлаць ария патрулатерулуй, вырфуриле кэруя ау координателе (4; 2), (8; 4), (6; 8), (2; 6).

Резолваре.

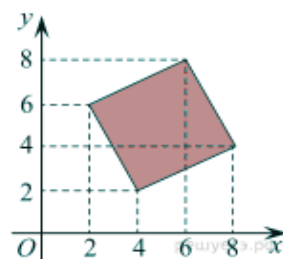
Патрулатерул дескрис есте патрат. Ария патратулуй есте егалэ ку патратул латурий луй.

Латура патратулуй есте егалэ

$$\sqrt{(8-4)^2 + (4-2)^2} = \sqrt{20}$$

Атунч ария патратулуй $S = 20$.

Рэспунс: 20.



6. Елементе але теорией пробабилитэцилор.

Ынтр-ун експеримент алеаториу сынт арункате доуэ зарурь. Афлаць пробабилитатя, кэ ын сумэ вор кэдя 8 пункте. Ротунжиць резултатул пынэ ла сутимь.

Резолваре.

Нумэрул де резултате, ын каре вор кэдя 8 пункте, ка урмаре ал арункэрий зарурилор есте егал 5: 2+6, 3+5, 4+4, 5+3, 6+2. Фиекаре дин зарурь поате кэдя ын шасе версиунь, деч нумэрул тотал де резултате $6 \cdot 6 = 36$. Прин урмаре

пробабилитатя кэ, ын сумэ вор кэдя 8 пункте, есте егалэ $\frac{5}{36} = 0,138\dots$

Рэспунс: 0,14.

сау

Камера есте илуминатэ де ун фелинар ку доуэ бекурь. Пробабилитатя кэ ун бек се ва арде пе паркурсул анулуй есте егалэ ку 0,3. Гэсиць пробабилитатя, кэ пе паркурсул анулуй чел пущин ун бек ну се ва арде.

Резолваре.

Вом гэси пробабилитатя кэ, се вор арде амбеле бекурь. Ачесте евенименте сынт индепенденте, пробабилитатя продусулуй лор есте егалэ ку продусул пробабилитэцилор ачестор евенименте: $0,3 \cdot 0,3 = 0,09$.

Евениментул, че констэ, кэ ну се ва арде чел пущин ун бек, есте опус. Прин урмаре, пробабилитатя луй есте егалэ ку $1 - 0,09 = 0,91$.

Рэспунс: 0,91.

7. Екуаций симпле.

Резолваць екуация $\log_2(7 + 6x) = \log_2(7 - 6x) + 2$

Резолваре.

Обсервэм, кэ $2 = \log_2 4$ ши фолосим формула

$$\log_a b + \log_a c = \log_a bc.$$

Авем:

$$\log_2(7 + 6x) = \log_2(7 - 6x) + 2 \Leftrightarrow \log_2(7 + 6x) = \log_2(7 - 6x) + \log_2 4 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \log_2(7 + 6x) = \log_2(28 - 24x) \Leftrightarrow \begin{cases} 7 + 6x > 0, \\ 7 + 6x = 28 - 24x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > -\frac{7}{6}, \\ x = \frac{7}{10} \end{cases} \Leftrightarrow x = 0,7.$$

Рэспунст: 0,7.

сау

Резолваць екуация $9^{2+5x} = 1,8 \cdot 5^{2+5x}$

Резолваре.

Тречем путериле ла ачешь базэ:

$$9^{2+5x} = 1,8 \cdot 5^{2+5x} \Leftrightarrow \frac{9^{2+5x}}{5^{2+5x}} = 1,8 \Leftrightarrow \left(\frac{9}{5}\right)^{2+5x} = \left(\frac{9}{5}\right)^1 \Leftrightarrow 2 + 5x = 1 \Leftrightarrow x = -0,2.$$

Рэспунс: -0,2.

8. Планиметрия : проблеме, легате ку унгиуриле.

Ын триунюл ABC унгиул C есте егал ку 90° ,

$$\cos A = \frac{\sqrt{5}}{5} \quad BC = 5. \text{ Афлаць } AC.$$

Резолваре.

Авем:

$$AC = \frac{BC}{\operatorname{tg} A} = \frac{BC \cos A}{\sin A} = \frac{BC \cos A}{\sqrt{1 - \cos^2 A}} = \frac{5 \cdot \frac{\sqrt{5}}{5}}{\sqrt{1 - \frac{5}{25}}} = 5 \cdot \frac{\sqrt{5}}{5} \cdot \frac{5}{2\sqrt{5}} = 2,5.$$

Рэспунс: 2,5.

сау

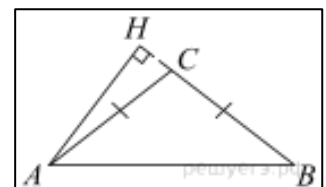
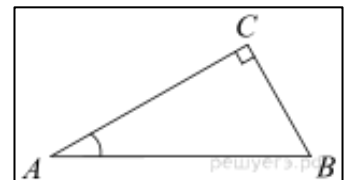
Ын триунгиул ABC $AC = BC$, $AB = 10$, ынэлцимя AH есте егалэ ку 3. Афлаць синусул унгиулуй BAC .

Резолваре.

Триунгиул ABC исосчел, чеш че ынсямнэ кэ, унгиуриле BAC ши ABH сынт егале ка унгиурь де ла база луй.

$$\sin \angle BAC = \sin \angle ABH = \frac{AH}{AB} = \frac{3}{10} = 0,3.$$

Рэспунс: 0,3.



9. Анализа графичелор ши диаграмелор.

Стабилиць о кореспонденцэ ынтре функцииле ши карактеристичиле ачестор функций пе сегментул [2; 5].

ФУНКЦИЙ

КАРАКТЕРИСТИЧИЛЕ ФУНКЦИИЛОР

- | | |
|-----------------------|---|
| А) $y = 5x - x^2$ | 1) Функция дескреште пе сегментул [2; 5] |
| Б) $y = 2x + 1$ | 2) Функция аре пункт де максим пе сегментул [2;5] |
| В) $y = 16 - 2x$ | 3) Функция аре пункт де миним пе сегментул [2; 5] |
| Г) $y = x^2 - 8x + 3$ | 4) Функция креште пе сегментул [2; 5] |

Ын табел суб фиекаре литерэ индикаць нумэрул кореспунзэтор.

А	Б	В	Г

Резолварее.

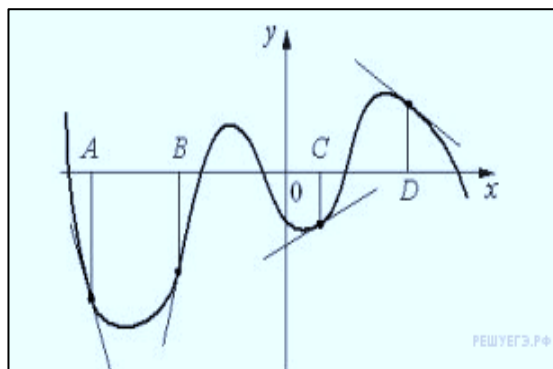
Анализэм фиекаре дин карактеристичь.

- 1) Функция дескреште пе сегментул [2; 5]. Дин функцииле презентате дескреште пе сегментул [2; 5] функция В.
- 2) Функция аре пункт де максим пе сегментул [2; 5]. Дин функцииле презентате аре пункт де максим пе сегментул [2; 5] функция А.
- 3) Функция аре пункт де миним пе сегментул [2; 5]. Дин функцииле презентате аре пункт де миним пе сегментул [2; 5] функция Г.
- 4) Функция креште пе сегментул [2; 5]. Дин функцииле презентате креште пе сегментул [2; 5] функция Б.

Рэспунс: 2413.

сау

Пе десен сынт арэате графикул функций ши тангентеле, дусе ла график ын пунктеле ку абчиселе А, В, С ши D. Ын колоана дин дряпта сынт индикате валоаря дериватей ын пунктеле А, В, С ши D. Фолосинд графикул, пунець ын кореспонденцэ фиекэруй пункт валоаря дериватей функцией ын ел



ПУНКТЕ

ВАЛОАРЯ ДЕРИВАТЕЙ

- | | |
|---|----------|
| A | 1) 0,5 |
| B | 2) - 0,7 |
| C | 3) 4 |
| D | 4) - 3 |

Скриець ын рэспунс чифреле, аранжынду-ле ын ординя, кореспунзэтор литерелор:

А	В	С	D

Резолварее.

Фие унгул, формат де тангентэ ши дирекция позитивэ а аксей абчиселор, есте егал ку α , яр коефициентул унгулар ал тангентей— k . Атунч:

α	k
$\alpha = 0^\circ$	$k = 0$
$0^\circ < \alpha < 45^\circ$	$0 < k < 1$

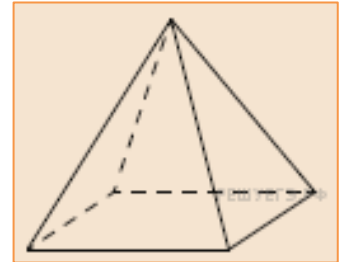
$\alpha = 45^\circ$	$k = 1$
$45^\circ < \alpha < 90^\circ$	$k > 1$
$90^\circ < \alpha < 135^\circ$	$k < -1$
$\alpha = 135^\circ$	$k = -1$
$135^\circ < \alpha < 180^\circ$	$-1 < k < 0$

Валоаря дериватей ын пункт есте егалэ ку коэффициентул унгулар ал тангентей, дусе ын ачест пункт. Астфел, обцинем кореспонденца $A \rightarrow 4$, $B \rightarrow 3$, $C \rightarrow 1$ и $D \rightarrow 2$.

Рэспунс: 4312.

10. Стереометрия.

Пирамида луй Хеопс аре форма уней пирамиде патрулатере регулате, латура базей а кэруя есте егалэ ку 230 м, яр ынэлцимя — 147 м. Латура базей а екземпларулуй дин музеу а пирамидей есте егалэ ку 115 чм. Афлаць ынэлцимя екземпларулуй дин музеу.



Рэспунсул ыл даць ын чентиметри.

Резолваре.

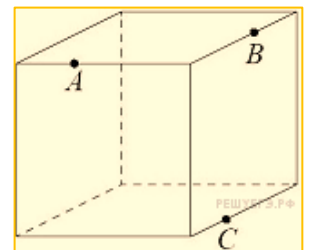
Фие x - ынэлцимя екземпларулуй дин музеу. Афлэм, каре есте рапортул латурилор: $115 : 230 = 1 : 2$. Астфел се рапортэ ши ынэлцимиле:

$$x : 147 = 1 : 2 \Leftrightarrow x = 147 : 2 = 73,5.$$

Рэспунс: 73,5

сау

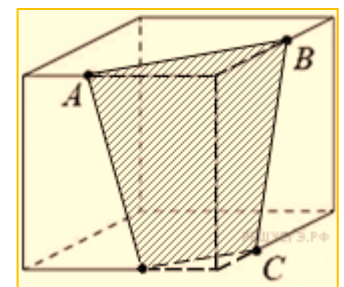
Планул, че трече прин трей пункте A , B ши C , ымпарте кубул ын доуэ полиедре. Кыте феце аре полиедрул, ку май мулте феце?



Резолваре.

Ын секциуне се обцине ун патрулатер. Уна дин фигуриле обцинуте ын урма секциуней аре 15 мукий ши 7 феце, яр а алта — 9 мукий ши 5 феце. Прин урмаре, фигура кэутатэ аре 7 феце.

Рэспунс: 7.



11. Алежеря версиуней оптимале

Ун кэлэтор дин Москва дореште сэ визитезе патру ораше а Инелулуй де Аур дин Русия: Владимир, Ярославл, Суздал ши Ростов. Аженция де туризм оферэ руте ку о визитэ ын унеле ораше але Инелулуй де Аур дин Русия. Информация деспре прецул билетелор ши руте есте презентатэ ын табел.

Нумэрул рутей	Орашеле визитате	Прецул (руб.)
1	Суздал, Ярославл, Владимир	3900
2	Ростов, Владимир	2400
3	Ярославл, Владимир	2100
4	Суздал	1650

5	Ростов, Суздал	2700
6	Ярославл, Ростов	2350

Че руте требуе сэ алягэ кэлэторул, пентру а визита челе патру ораше ши сэ келтуе май пущин де 5000 рубле? Ын рэспунс индикаць нумай ун сет де руте фэрэ локурь либере, запятых и других дополнительных символов.

Резолварее.

Кэлэторул требуе сэ визитезе орашул Ростов, деч екзистэ 3 опциунь — сэ алягэ сау а доуа, сау а чинчя, сау а шася рутэ. Дакэ ва алеже рута ку нумэрул дой, атунч ну вор фи бань суфичиенць пентру тоате орашеле. Дакэ ва алеже рута ку нумэрул шаесе, атунч ярэшь ну вор фи бань суфичиенць пентру тоате орашеле. Дакэ ва алеже рута ку нумэрул чинч, атунч луынд чел май ефтен нумэр де рутэ (3) вом визита тоате орашеле, келтуинд 4800 руб.

Рэспунс: 35 сау 53.

сау

Фурнизорул де Интернет (компания, каре фурнизязэ сервисий де конексиуне ла Интернет) оферэ трей плане тарифаре.

План тарифар	Такса де абонамент	Такса де трафик
Планул «0»	Ну-й	2,5 руб. пентру 1 Мб
Планул «500»	550 руб. пентру 500 Мб трафик пе лунэ	2 руб. пентру 1 Мб песте 500 Мб
Планул «800»	700 руб. пентру 800 Мб трафик пе лунэ	1,5 руб. пентру 1 Мб песте 800 Мб

Утилизаторул пресупуне, кэ трафикул луй ва алкэтуи 600 Мб ын лунэ ши, реешинд дин ачаста, алеже чел май ефтин план тарифар. Кыте рубле ва плэти утилиз аторул пе лунэ, дакэ трафикул луй ва фи ынтр-адевэр егал ку 600 Мб?

Резолварее.

Прекэутэм тоате версиуниле.

Конформ Планулуй «0» утилизаторул ва келтуи $2,5 \cdot 600 = 1500$ руб. ын лунэ пентру 600 Мб де трафик.

Конформ планулуй «500» ел ва келтуи 550 руб. пентру такса де абонамент пентру 500 Мб ши $2 \cdot 100 = 200$ руб. май мулт ка ел. Прин урмаре сума тоталэ ын лунэ ва алкэтуи $550 + 200 = 750$ руб.

Конформ планулуй «800» утилизаторул ва келтуи ын лунэ пентру 600 Мб а трафикулуй 700 руб.

Чя май профитабилэ опциуне есте 700 руб.

Рэспунс: 700.

12. Инегалитэций симпле

Пентру фиекаре дин челе патру инегалитэць дин колоана дин стынга кореспунде уна дин солуцииле дин колоана дин дряпта. Стабилиць о кореспонденцэ ынтре инегалитэць ши солуцииле лор.

ИНЕГАЛИТАТЕ

СОЛУЦИЙ

А) $0,5^x \geq 2$

1) $x \geq -1$

Б) $0,5^x \leq 2$

2) $x \geq 1$

В) $2^x \leq 2$

3) $x \leq -1$

Г) $2^x \geq 2$

4) $x \leq 1$

Скриець ын рэспунс чифреле, аранжынду-ле ын ординя, кореспунзэтор литерелор:

А	Б	В	Г

Резолваре.

Афлэм мулцимя солуциилор пентру фиекаре инекуацие.

А) $0,5^x \geq 2 \Leftrightarrow -x \geq 1 \Leftrightarrow x \leq -1$.

Б) $0,5^x \leq 2 \Leftrightarrow -x \leq 1 \Leftrightarrow x \geq -1$.

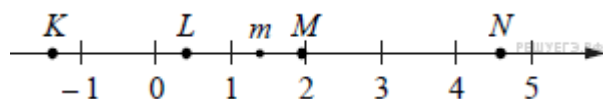
В) $2^x \leq 2 \Leftrightarrow x \leq 1$.

Г) $2^x \geq 2 \Leftrightarrow x \geq 1$.

Рэспунс: 3142.

сау

Пе дряптэ есте нотат нумэрул m ши пунктеле K, L, M ши N .



ПУНКТЕ

НУМЭР

А) K

1) $6 - m$

Б) L

2) m^2

В) M

3) $m - 1$

Г) N

4) $-\frac{2}{m}$

Скриець ын рэспунс чифреле, аранжынду-ле ын ординя, кореспунзэтор литерелор:

А	Б	В	Г

Резолваре.

Обсервэм, кэ $1 < m < 2$, реесе,

$4 < 6 - m < 5$, $1 < m^2 < 4$, $0 < m - 1 < 1$, $-2 < -\frac{2}{m} < -1$.

Рэспунс: 4321.

Ну уйтаць сэ трансфераць тоате рэспунсуриле ын формуларул ку рэспунсурь №1

ПАРТЯ 2

Рэспунсул ла ынсэрчинэриле 13–16 требуе сэ фие ун нумэр ынтрег сау фракцие зечималэ финитэ. Рэспунсул требуе скрис ын формуларул ку рэспунсурь №1 ын партия дряптэ де ла нумэрул ынсэрчинэрий ындеплините, ынчепынд ку примул пэтрэцел. Фиекаре чифрэ, семн минус ши виргулэ скриець ын пэтрэцел апарте ын кореспундере ку моделеле арэтате ын формулар. Унитэциле де мэсурэ ну есте нечесар де скрис.

13. Калкуле ши трансформэрь

Гэсиць валоаря експресией $\sqrt{12} \cos^2 \frac{5\pi}{12} - \sqrt{3}$

Резолваре.

$$\begin{aligned}\sqrt{12}\cos^2\frac{5\pi}{12} - \sqrt{3} &= \sqrt{3}\left(2\cos^2\frac{5\pi}{12} - 1\right) = \sqrt{3}\cos\frac{5\pi}{6} = \sqrt{3}\cos\left(\pi - \frac{\pi}{6}\right) = \\ &= -\sqrt{3}\cos\frac{\pi}{6} = -\sqrt{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = -\frac{3}{2} = -1,5.\end{aligned}$$

Рэспунс: $-1,5$.

сау

Гэсиць валоаря экспресией $\frac{\log_2 80}{3 + \log_2 10}$

Резолваре.

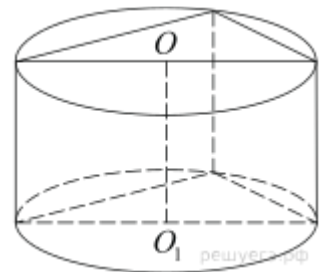
Эфектуэм трансформэриле:

$$\frac{\log_2 80}{3 + \log_2 10} = \frac{\log_2 (8 \cdot 10)}{3 + \log_2 10} = \frac{\log_2 8 + \log_2 10}{3 + \log_2 10} = \frac{3 + \log_2 10}{3 + \log_2 10} = 1.$$

Рэспунс: 1 .

14. Стереометрия.

Ын база призмей дрепте се афлэ ун триунгь дрептунгик ку катетеле 6 ши 8. Мукииле латерале сынт егале ку $\frac{5}{\pi}$. Афлаць волумул чилиндрлуй, чиркумскрис ачестей призме.



Резолваре.

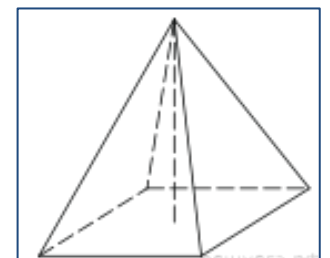
Конформ теоремей луй Питога лунжимя ипотенузей триунгюлуй де ла базэ есте егалэ ку $\sqrt{6^2 + 8^2} = 10$. Ын кыт ипотенуза есте диаметрул базей чилиндрлуй чиркумскрис, волумул луй

$$V = H \frac{\pi d^2}{4} = \frac{5}{\pi} \cdot \frac{100\pi}{4} = 125.$$

Рэспунс: 125 .

сау

Афлаць волумул пирамидей патрулатере регулате, латура базей а кэрея есте егалэ ку 4, яр мукия латералэ егалэ ку $\sqrt{17}$.



Резолваре.

Ку ажуторул теоремей луй Питога афлэм ынэлцимя фецей латерале а пирамидей (h_1): $h_1 = \sqrt{(\sqrt{17})^2 - 2^2} = \sqrt{17 - 4} = \sqrt{13}$.

Де асеменя ку ажуторул теоремей луй Питога афлэм ынэлцимя пирамидей (h_2):

$$h_2 = \sqrt{(\sqrt{13})^2 - 2^2} = \sqrt{13 - 4} = \sqrt{9} = 3.$$

Афлэм ария базей а пирамидей: $S_{\text{осн.}} = 4 \cdot 4 = 16$.

$$V = \frac{1}{3} S_{\text{осн.}} h_2 \Leftrightarrow V = \frac{1}{3} \cdot 16 \cdot 3 = 16.$$

Афлэм волумул пирамидей:

Рэспунс: 16 .

15. Валоаря чя май маре ши чя май микэ а функцией.

Афлацъ валоаря чя май микэ а функцией $y = 4 \operatorname{tg} x - 4x - \pi + 5$ пе сегментул $\left[-\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{4}\right]$.

Резолваре.

Афлэм деривата функцией дате:

$$y' = \frac{4}{\cos^2 x} - 4 = 4 \left(\frac{1}{\cos^2 x} - 1 \right) = 4 \operatorname{tg}^2 x.$$

Деривата афлатэ есте ненегативэ пе сегментул дат, функция датэ креште пе ел, де ачея валоаря чя май микэ а функцией пе сегмент есте

$$y\left(-\frac{\pi}{4}\right) = 4 \operatorname{tg}\left(-\frac{\pi}{4}\right) + 4 \cdot \frac{\pi}{4} - \pi + 5 = 1.$$

Рэспунс: 1.

сау

Афлацъ пунктул де миним ал функцией $y = 3x - \ln(x + 3)^3$.

Резолваре.

Обсервэм, кэ $y = 3x - 3 \ln(x + 3)$.

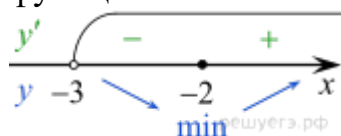
Домениул де дефиницие ал функцией— интервал дескис $(-3; +\infty)$.

Афлэм деривата функцией дате: $y'(x) = 3 - \frac{3}{x+3}$.

Афлэмzeroуриле дериватей: $3 - \frac{3}{x+3} = 0 \Leftrightarrow x = -2$.

Пунктул афлат апарцине интервалулуй $(-3; +\infty)$.

Детерминэм семнеле дериватей функцией ши арэтэм пе десен компортаря функцией:



Пунктул миним кэутат есте $x = -2$.

Рэспунс: -2.

16. Проблема текстуале.

Прин прима цявэ трече ку 2 литри де апэ пе минут май пущин, декыт прин а доуа. Кыць литри де апэ пе минут трек прин а доуа цявэ, дакэ еа умпле резерворул ку волумул де 130 литри ку 4 минуте май репедэ, декыт прима цявэ умпле резерворул ку волумул де 136 литри?

Резолваре.

Фие прин цява а доуа трек x литри де апэ ын минут, $x > 2$, атунч прин прима цявэ трек $(x - 2)$ литри ын минут. Алкэтуим табелул дупэ дателе проблемей:

	Продуктивитатя (л/мин)	Тимпул (мин)	Волумул де лукру (л)
Прима цявэ	$x - 2$	$\frac{136}{x - 2}$	136
А доуа цявэ	x	$\frac{130}{x}$	130

Деоарече а доуа цявэ а умплут резерворул ку 4 минуте май репедэ, обцинем екуация:

$$\frac{136}{x-2} - \frac{130}{x} = 4$$

Резолвэм екуация:

$$\frac{136x - 130x + 260 - 4x^2 + 8x}{x(x-2)} = 0 \Leftrightarrow \frac{2x^2 - 7x - 130}{x(x-2)} = 0 \Leftrightarrow \frac{(2x+13)(x-10)}{x(x-2)} = 0,$$

$x = 10$ сау $x = -6,5$. Арункынд солудия стрэинэ $-6,5$, обцинем, кэ прин цява а доуа трек 10 литри пе минут.

Рэспунс: 10.

сау

Ун турист мерже динтр-ун ораш ын алтул, ын фиекаре зи, мергынд май мулт, декыт зиуа пречедентэ, ку уна ши ачешь дистанцэ. Се штие, кэ ын прима зи туристул а мерс 10 километри. Детерминаць, кыць километри а мерс туристул ын а трея зи, дакэ тот друмул л-а паркурс ын 6 zile, яр дистанца динтре ораше есте де 120 километри.

Резолваре.

Ын прима зи туристул а мерс $a_1 = 10$ км, ын а доуа зи — $a_2, \dots$, ын ултима зи — a_6 км. Ын тотал а мерс $S_n = 120$ км. Дакэ ын фиекаре зи туристул мержя май мулт, декыт ын зиуа пречедентэ, ку d км, атунч

$$S_n = \frac{2a_1 + d \cdot (n-1)}{2} n,$$

унде $n = 6$ zile, $a_1 = 10$ км. Ы наша мод,

$$\frac{2 \cdot 10 + 5d}{2} \cdot 6 = 120 \Leftrightarrow 5d = 20 \Leftrightarrow d = 4.$$

Атунч ын а трея зи туристул а мерс

$$a_3 = a_1 + 2d = 10 + 2 \cdot 4 = 18 \text{ км.}$$

Рэспунс: 18.

Ну уйтаць сэ трансфераць тоате рэспунсуриле ын формуларул ку рэспунсурь № 1

Пентру а скри резолвэриле ши рэспунсуриле ла ынсэрчинэриле 17-21 фолосиць ФОРМУЛАРУЛ КУ РЭСПУНСУРЬ №2. Скриець май ынтый нумэрул ынсэрчинэрий ындеплините (17,18 ши а.м.д.), яр аной резолваря комплетэ ку лэмурире ши рэспунс. Рэспунсуриле скриець клар ши читец.

17. Екуаций, системе де екуаций

а) Резолваць екуация $\sqrt{x^3 + 4x^2 + 9} - 3 = x$

б) Гэсиць тоате рэдэчиниле екуацией дате, че апарцин сегментулуй $\left[-\frac{9}{2}; \frac{7}{5}\right]$.

Резолваре.

а) Скрием екуация суб форма $\sqrt{x^3 + 4x^2 + 9} = x + 3$ ши фолосинд фаптул, кэ

$$\sqrt{x} = y \Leftrightarrow \begin{cases} y \geq 0, \\ x = y^2. \end{cases}$$

Обцинем:

$$\begin{aligned} \sqrt{x^3 + 4x^2 + 9} = x + 3 &\Leftrightarrow \begin{cases} x^3 + 4x^2 + 9 = x^2 + 6x + 9, \\ x \geq -3 \end{cases} \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow \begin{cases} x(x^2 + 3x - 6) = 0, \\ x \geq -3 \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} x = 0, \\ x = \frac{-3 \pm \sqrt{33}}{2}, \\ x \geq -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0, \\ x = \frac{-3 + \sqrt{33}}{2} \end{cases} \end{aligned}$$

б) Нумэрул 0 апарцине сегментулуй $\left[-\frac{9}{2}; \frac{7}{5}\right]$. Пентру а компара $\frac{-3 + \sqrt{33}}{2}$ ши $\frac{7}{5}$ вом компара диференца ачестор нумере ку zero

$$\frac{-3 + \sqrt{33}}{2} - \frac{7}{5} = \frac{-15 + 5\sqrt{33} - 14}{10} = \frac{-29 + 5\sqrt{33}}{10} = \frac{-\sqrt{841} + \sqrt{825}}{10} < 0.$$

$$\frac{-3 + \sqrt{33}}{2} < \frac{7}{5}.$$

Ынсямнэ,

Рэспунс: а) $0, \frac{-3 + \sqrt{33}}{2}$. б) $0, \frac{-3 + \sqrt{33}}{2}$;

а) Резолваць екуация $4^{\cos x} + 4^{-\cos x} = \frac{5}{2}$

б) Гэсиць тоате рэдэчиниле екуацией дате, че апарцин сегментулуй $\left[-3\pi; -\frac{3\pi}{2}\right]$

Резолваре.

а) Резолвэм екуация, ефектуынд субституция: $4^{\cos x} = t$

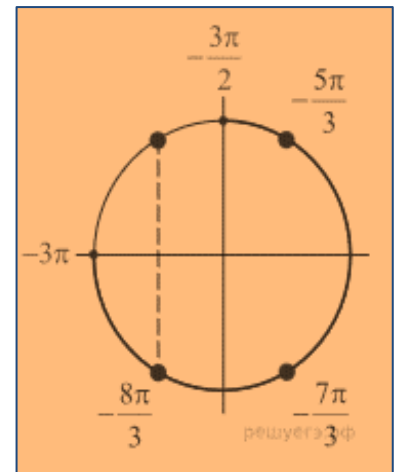
$$t + \frac{1}{t} = \frac{5}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} t = 2, \\ t = \frac{1}{2}. \end{cases}$$

Ревеним ла субституция: $t = 4^{\cos x}$, обцинем:

$$\begin{cases} 4^{\cos x} = 2, \\ 4^{\cos x} = \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \cos x = \frac{1}{2}, \\ \cos x = -\frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{3} + 2\pi k, \\ x = -\frac{\pi}{3} + 2\pi k, \\ x = \frac{2\pi}{3} + 2\pi k, \\ x = -\frac{2\pi}{3} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

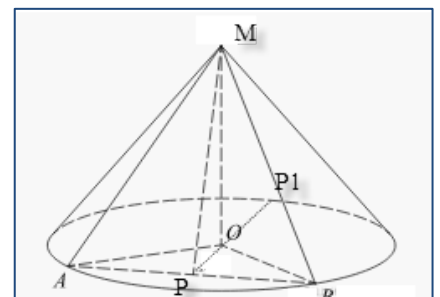
б) Ку ажуторул чиркумферинцей унитаре селектем рэдэчиниле, че апарцин сегментулуй $\left[-3\pi; -\frac{3\pi}{2}\right]$. Вом прими нумереле: $-\frac{8\pi}{3}, -\frac{7\pi}{3}, -\frac{5\pi}{3}$.

Рэспунс: а) $\left\{-\frac{\pi}{3} + \pi k; \frac{\pi}{3} + \pi k, k \in \mathbb{Z}\right\}$; б) $-\frac{8\pi}{3}, -\frac{7\pi}{3}, -\frac{5\pi}{3}$



18. Унгурь ши дистанце ын спаиу

Раза базей конулуй есте егалэ ку 6, яр ынэлцимя конулуй есте егалэ ку 8. Ын кон есте дусэ о секциуне, планул секциуней трече прин вырфул конулуй ши коарда базей, лунжимя кэрей есте



егалэ ку 4. Гэсиць унгул динтре планул базей ши планул секциуней.

Резолваре

Прекэутэм триунгул исосчел AOB , ку латуриле $AO=OB=r$, унде r – раза чиркумферинцей. Дупэ кондицие пунктул P – мижлокул сегментулуй AB , прин урмаре, $OP \perp AB$.

Прекэутэм триунгул исосчел AMB , ку латуриле $AM=MB$, че сынт егале ку лунжимя женератоарей конулуй. Дин кондиция, кэ P – мижлокул сегментулуй AB урмязэ $MP \perp AB$. Астфел, авем, кэ $OP \perp AB$ ши $MP \perp AB$, ши, прин урмаре, унгул $\angle MPO$ есте унгь линиар ал унгулуй диедру динтре планул базей ши планул секциуней MAV .

Афлэм ачест унгь. Прекэутэм триунгул дрептунгик MOP (аша кум MO – ынэлцим конулуй). Атунч танжента унгулуй $\angle MPO$ есте егалэ $\operatorname{tg} \angle MPO = \frac{MO}{PO}$.

Ынэлцим $MO = 8$ есте датэ ын кондиция проблемей. Афлэм лунжимя сегментулуй PO . Прекэутэм триунгул дрептунгик APB , ла каре $AO=6$, яр $AP = AB : 2 = 4 : 2 = 2$.

Атунч дупэ теорема луй Питагора, лунжимя PO ва фи егалэ

$$PO = \sqrt{AO^2 - AP^2} = \sqrt{6^2 - 2^2} = \sqrt{36 - 4} = \sqrt{32} = 4\sqrt{2}$$

$$\text{ши } \operatorname{tg} \angle MPO = \frac{8}{4\sqrt{2}} = \sqrt{2}, \text{ респектив, } \angle MPO = \operatorname{arctg} \sqrt{2}.$$

Рэспунс: $\operatorname{arctg} \sqrt{2}$.

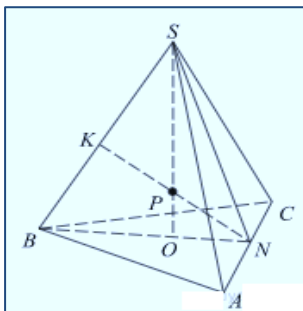
сау

Ын пирамида триунгулар регулатэ $SABC$ ку вырфул S , тоате мукииле сынт егале ку 4, пунктул N — мижлокул мукией AC , пунктул O - чентрул базей пирамидей, пунктул P ымпарте сегментул SO ын рапортул 3 : 1, нумэрынд дин вырфул пирамидей.

а) Демонстраць, кэ дряпта NP есте перпендикуларэ дрептей BS .

б) Афлаць дистанца де ла пунктул B пынэ ла дряпта NP .

Резолваре



а) Пунктул O апарцине сегментулуй BN , чей че ынсямнэ, пунктул P , каре есте ситуат пе сегментул SO , се афлэ ын планул SBN . Прин урмаре, дряпта NP ла фел се афлэ ын планул SBN ши интерсектэ дряпта BS ын пунктул K .

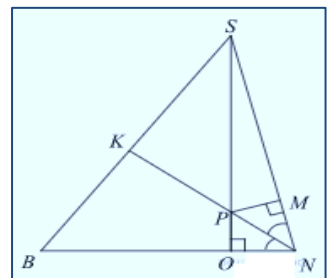
Триунгул SNB исосчел, деоарече сегментеле SN ши BN — медианеле триунгюрилор екилатерале егале SAC ши BAC . Прин урмаре $SN = BN$. Ын пунктул O се интерсектэ

медианеле базей, деч, $ON = \frac{1}{3}BN = \frac{1}{3}SN$. Дин пунктул P коборым перпендикуларэ пе латура SN . Фие еа интерсектэ SN ын пунктул M . Триунгюриле SPM ши SNO сынт асеменя, деачея $\frac{SP}{PM} = \frac{SN}{ON} = 3$. Атунч, $PM = \frac{1}{3}SP = PO$. Прин урмаре, триунгюриле NPO ши NPM сынт егале ши PN — бисектоаря унгулуй SNB . Ынтр-ун триунгь исосчел бисектоаря есте медианэ ши ынэлциме. Атунч, $NK \perp BS$.

б) Деоарече BS перпендикулар пе NK , атунч дистанца нечесарэ есте егалэ ку лунжимя сегментулуй BK . Деоарече NK есте медиана триунгулуй SNB , атунч

$$BK = \frac{1}{2}BS = 2.$$

Рэспунс: 2



19. Инекуаций, системе де инекуаций.

Резолваць системул де инекуаций

$$\begin{cases} 9^x - 28 \leq 3^{x+3}, \\ \log_{x+7} \left(\frac{3-x}{x+1} \right)^2 \leq 1 - \log_{x+7} \frac{x+1}{x-3}. \end{cases}$$

Резолваре.

1. Резолвэм прима инекуацие а системулуй. Фачем субституция $y = 3^x$:

$$y^2 - 28 \leq 27y \Leftrightarrow y^2 - 27y - 28 \leq 0 \Leftrightarrow (y - 28)(y + 1) \leq 0 \Leftrightarrow -1 \leq y \leq 28.$$

Атунч $-1 \leq 3^x \leq 28$, де унде афлэм солуция примей инекуаций а системулуй: $x \leq \log_3 28$.

2. Резолвэм инекуация а доуа а системулуй:

$$2 \log_{x+7} \frac{x-3}{x+1} \leq 1 + \log_{x+7} \frac{x-3}{x+1} \Leftrightarrow \log_{x+7} \frac{x-3}{x+1} \leq 1.$$

Прекэутэм доуэ казурь.

Казул ынтый: $x + 7 > 1$.

$$\begin{aligned} \log_{x+7} \frac{x-3}{x+1} \leq 1 &\Leftrightarrow 0 < \frac{x-3}{x+1} \leq x+7 \Leftrightarrow \\ \begin{cases} \frac{x^2+7x+10}{x+1} \geq 0, \\ \frac{x-3}{x+1} > 0 \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{(x+2)(x+5)}{x+1} \geq 0, \\ \frac{x-3}{x+1} > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -5 \leq x \leq -2, \\ x > 3. \end{cases} \end{aligned}$$

Тоате валориле обцинуте але вариабилей ындеплинеск кондиция $x + 7 > 1$.

Казул дой: $0 < x + 7 < 1$.

$$\log_{x+7} \frac{x-3}{x+1} \leq 1 \Leftrightarrow \frac{x-3}{x+1} \geq x+7 \Leftrightarrow \frac{x^2+7x+10}{x+1} \leq 0 \Leftrightarrow \frac{(x+2)(x+5)}{x+1} \leq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq -5, \\ -2 \leq x < -1. \end{cases}$$

Авынд ын ведере кондиция $0 < x + 7 < 1$, обцинем: $-7 < x < -6$. Мулцима солуциилор инекуацией а доуа а системулуй дат: $(-7; -6) \cup [-5; -2] \cup (3; +\infty)$.

3. Авынд ын ведере, кэ $3 < \log_3 28$, обцинем солуция системулуй де инекуаций инициал: $(-7; -6) \cup [-5; -2] \cup (3; \log_3 28]$.

Рэспунс: $(-7; -6) \cup [-5; -2] \cup (3; \log_3 28]$.

сау

Резолваць системул де инекуаций

$$\begin{cases} x + \frac{4x^2+5x}{x^2-x-6} \leq \frac{9}{5x-15} + \frac{5x+1}{5x+10}, \\ 5^{x-1} + 5 \cdot (0,2)^{x-2} \leq 26. \end{cases}$$

Резолваре.

Резолвэм а доуа инекуацие а системулуй :

$$\begin{aligned} 5^{x-1} + 5 \cdot (0,2)^{x-2} \leq 26 &\Leftrightarrow \frac{5^x}{5} + \frac{5 \cdot 25}{5^x} - 26 \leq 0 \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow 5^{2x} - 130 \cdot 5^x + 625 \leq 0 \Leftrightarrow 5 \leq 5^x \leq 125 \Leftrightarrow 1 \leq x \leq 3. \end{aligned}$$

Прекэутэм прима инекуацие а системулуй пе мулцима $[1; 3]$. Трансформэм партя дряптэ а ей:

$$\frac{9}{5(x-3)} + \frac{5x+1}{5(x+2)} = \frac{9x+18+5x^2-15x+x-3}{5(x+2) \cdot (x-3)} = \frac{5x^2-5x+15}{5(x+2) \cdot (x-3)} = \frac{x^2-x+3}{(x+2) \cdot (x-3)}.$$

Обцинем:

$$x + \frac{4x^2+5x}{(x+2) \cdot (x-3)} - \frac{x^2-x+3}{(x+2) \cdot (x-3)} \leq 0 \Leftrightarrow x + \frac{4x^2+5x-x^2+x-3}{(x+2) \cdot (x-3)} \leq 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x + \frac{3x^2+6x-3}{(x+2) \cdot (x-3)} \leq 0 \Leftrightarrow \frac{x^3-x^2-6x+3x^2+6x-3}{(x+2) \cdot (x-3)} \leq 0 \Leftrightarrow \frac{x^3+2x^2-3}{(x+2) \cdot (x-3)} \leq 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \frac{x^3-x^2+3x^2-3}{(x+2) \cdot (x-3)} \leq 0 \Leftrightarrow \frac{x^2(x-1)+3(x-1) \cdot (x+1)}{(x+2) \cdot (x-3)} \leq 0 \Leftrightarrow \frac{(x-1) \cdot (x^2+3x+3)}{(x+2) \cdot (x-3)} \leq 0.$$

Триномул пэтрат $x^2+3x+3 > 0$
 пентру орьче $x \in \mathbb{R}$, деоарече $D = 9 - 12 < 0$. Ын афарэ де аста, пе
 $[1; 3]$ $x+2 > 0$. Прин урмаре:

$$\frac{(x-1) \cdot (x^2+3x+3)}{(x+2) \cdot (x-3)} \leq 0 \Leftrightarrow \frac{x-1}{x-3} \leq 0 \Leftrightarrow 1 \leq x < 3.$$

Рэспунс: $[1; 3)$.

20. Проблема дин планиметрие

Есте дат трапезул ку диагонале егале ку 8 ши 15.

Сума базелор есте егалэ ку 17.

а) Демонстраць, кэ диагонале сынт перпендикуларе.

б) Афлаць ария трапезулуй.

Резолваре.

а) Прин пунктун C конструим о дряптэ паралелэ ку BD . Ла интерсекция ачестей дрепте ку дряпта AD маркэм пунктун C_1 , BCC_1D — паралелограм.

Ын триунгюл ACC_1 : $AC = 15$, $CC_1 = BD = 8$, $AC_1 = AD + DC_1 = 17$.

Обсервэм, кэ $AC^2 + CC_1^2 = AC_1^2$ деоарече $289 = 225 + 64$, конформ теоремей инверсе, а теоремей луй Питагора, триунгюл ACC_1 — дрептунгик, унгюл ACC_1 дрепт. Атунч унгюл COD есте дрепт, чея че треба де демонстрат.

б)
$$S_{ABCD} = \frac{1}{2} \cdot AC \cdot BD = \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 15 = 60.$$

Рэспунс: б) 60.

сау

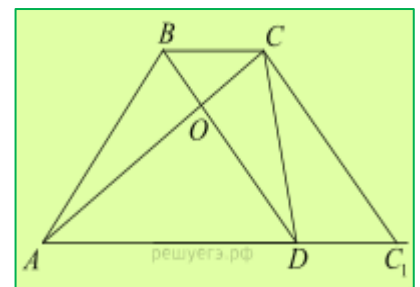
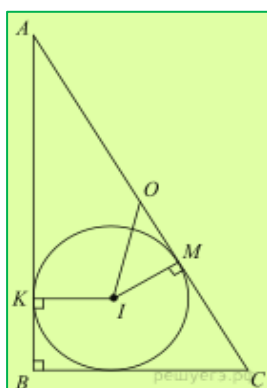
Ын триунгюл ABC есте ынскрисэ о чиркумферинцэ де раза R , тангентэ ла латура AC ын пунктун M , ынкыт $AM = 5R$ ши $CM = 1,5R$.

а) Демонстраць, кэ триунгюл ABC есте дрептунгик.

б) Афлаць дистанца динтре чентрул чиркумферинцей ынскрисе ши чиркумскрисе луй, дакэ се штие, кэ $R = 4$.

Резолваре.

а) Фие чиркумферинца ынскрисэ есте тангентэ латурый AB ын пунктун K . Нотэм $BK = x$. Фие S — ария триунгюлуй, p — семипериметрул. Атунч



$$p = 5R + 1, 5R + x = 6, 5R + x, \quad S = pR = R(6, 5R + x).$$

Пе де алтэ парте, конформ формулей луй Херон

$$S = \sqrt{p(p-AB)(p-BC)(p-AC)} = \sqrt{(6, 5R + x) \cdot 5R \cdot 1, 5R \cdot x} = R\sqrt{7, 5x(6, 5R + x)}.$$

$$\text{Дин екуация} \quad R(6, 5R + x) = R\sqrt{7, 5x(6, 5R + x)}$$

обцинем, кэ $R = x$. Латуриле триунгюлуй ABC сынт егале ку $6, 5R$, $6R$ ши $2, 5R$, прин урмаре, ачест триунгъ есте дрептунгик ку унгюл дрепт де ла вырфул B .

б) Фие I ши O — чентрул респектив а чиркумферинцей ынскрисе ши чиркумскрисе триунгюлуй ABC . Пунктул O — мишлокул ипотенузей $AC = 6, 5R = 26$, ши $OM = CO - CM = 13 - 1, 5R = 7$.

$$\text{Атунч} \quad IO = \sqrt{OM^2 + MI^2} = \sqrt{7^2 + R^2} = \sqrt{65}.$$

Рэспунс: б) $\sqrt{65}$

21. Екуаций, инекуаций ши системеле лор ку параметри

Гэсиць тоате валориле параметрулуй a , пентру фиекаре динтре каре екуация $\frac{5a}{a-3} \cdot 7^{|x|} = 49^{|x|} + \frac{6a+7}{a-3}$ аре екзакт доуэ рэдэчинь диферите.

Резолваре.

Фие $7^{|x|} = t$, $t \geq 1$. Дакэ $t > 1$, атунч $|x| = \log_7 t \Leftrightarrow x = \pm \log_7 t$ — доуэ рэдэчинь. Дакэ $t = 1$, атунч $|x| = 0 \Leftrightarrow x = 0$ — уника рэдэчинэ.

$$\text{Нотэм} \quad f(t) = t^2 - \frac{5a}{a-3} \cdot t + \frac{6a+7}{a-3}$$

Екуация инициалэ аре екзакт доуэ рэдэчинь атунч ши нумай атунч, кынд екуация $f(t) = 0$ аре екзакт о рэдэчинэ май маре декыт 1.

Екуация $t^2 - \frac{5a}{a-3} \cdot t + \frac{6a+7}{a-3} = 0$ аре екзакт о рэдэчинэ, дакэ дискриминантул есте егал ку zero:

$$\left(\frac{5a}{a-3}\right)^2 - 4 \cdot \frac{6a+7}{a-3} = 0 \Leftrightarrow \frac{a^2 + 44a + 84}{(a-3)^2} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a = -2, \\ a = -42. \end{cases}$$

Пентру $a = -2$ екуация $t^2 - 2t + 1 = 0$ аре о сингурэ рэдэчинэ $t = 1$. Ын ачест каз екуация инициалэ аре о сингурэ рэдэчинэ $x = 0$.

$$\text{Пентру} \quad a = -42 \quad \text{екуация} \quad t^2 - \frac{14}{3} \cdot t + \frac{49}{9} = 0 \quad \text{аре о сингурэ рэдэчинэ}$$

$$t = \frac{7}{3} \dots \text{ Ын ачест каз екуация инициалэ аре доуэ рэдэчинь.}$$

Графикул функцией $f(t)$ есте о параболэ, ку рамуриле ориентате ын сус. Пентру ка екуация $f(t) = 0$ сэ айбэ доуэ рэдэчинь, уна дин каре есте май маре ка 1, яр алта май микэ декыт 1, есте нечесар ши суфициент, сэ сэ ындеплиняскэ инегалитатя

$$f(1) < 0 \Leftrightarrow 1 - \frac{5a}{a-3} + \frac{6a+7}{a-3} < 0 \Leftrightarrow \frac{2a+4}{a-3} < 0 \Leftrightarrow -2 < a < 3.$$

$$\text{Рэспунс:} \quad a = -42, \quad -2 < a < 3.$$

сау

Гэсиць тоате валориле параметрулуй a , пентру фиекаре динтре каре
 системул $\begin{cases} (a-1)x^2 + 2ax + a + 4 \leq 0, \\ ax^2 + 2(a+1)x + a + 1 \geq 0 \end{cases}$ **аре о уникэ солуциие.**

Резолваре.

Солуция системулуй поате фи уникэ ын доуэ казурь.

Казул 1. Уника солуциие есте пунктул де лимитэ пентру мулцимя солуциилор а амбелор инегалитэць. Ын ачест каз уника рэдэчинэ требуе сэ сатисфакэ системул де екуаций

$$\begin{cases} (a-1)x^2 + 2ax + a + 4 = 0, \\ ax^2 + 2(a+1)x + a + 1 = 0. \end{cases}$$

Скэзынд прима екуациие дин а доуа, обцинем:

$$x^2 + 2x - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1, \\ x = -3. \end{cases}$$

Дакэ $x=1$, атунч $a+2(a+1)+a+1=0$, чея че ынсямнэ кэ, $a = -\frac{3}{4}$.

Пентру ачастэ валoare але луй a системул аре форма:

$$\begin{cases} -7x^2 - 6x + 13 \leq 0, \\ -3x^2 + 2x + 1 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \begin{cases} x \leq -\frac{13}{7}, \\ x \geq 1. \end{cases} \\ -\frac{1}{3} \leq x \leq 1. \end{cases}$$

Уника рэдэчинэ $x=1$.

Дакэ $x=-3$, атунч $9a - 6(a+1) + a + 1 = 0$ ши $a = -\frac{5}{4}$. Системул аре форма:

$$\begin{cases} x^2 + 10x + 21 \leq 0, \\ 5x^2 + 18x + 9 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -7 \leq x \leq -3, \\ \begin{cases} x \leq -3, \\ x \geq -\frac{3}{5} \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow -7 \leq x \leq -3.$$

Пентру ачастэ валoare але луй a системул аре о мулциме де рэдэчинь.

Казул 2. Уна дин инекуаций аре о солуциие уникэ, че сатисфаче чялалтэ инекуациие.

Прима инекуациие аре о солуциие уникэ пентру

$$\begin{cases} a^2 - (a-1)(a+4) = 0, \\ a-1 > 0. \end{cases} \Leftrightarrow a = \frac{4}{3}.$$

Прин урмаре прима инекуациие аре о солуциие уникэ $x=-4$ каре сатисфаче инегалитатя а доуа.

А доуа инекуациие аре о солуциие уникэ пентру

$$\begin{cases} (a+1)^2 - a(a+1) = 0, \\ a < 0. \end{cases} \Leftrightarrow a = -1.$$

Прин урмаре инекуация а доуа аре уника солуциие $x=0$, каре ну сатисфаче прима инекуациие.

Рэспунс: $-\frac{3}{4}, \frac{4}{3}$.